

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Traitement de signaux pour la détection de séismes et leur multilatération

Théorie, pratique et résultats

Dalibard Louis

17 mai 2026

Table des contenus

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

1 Séismes

2 Théorie

- DSP
- Modélisation de la propagation des ondes sismiques
- Multilatération
- Magnitude sismique

3 Toutes les pièces mises ensemble

- Fonctionnement
- Résultats

4 Précision et erreur

- Cas linéarisé à quatre détecteurs
- Méthode de Monte-Carlo pour les cas plus complexes

5 Bonus

6 Bibliographie

Introduction

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

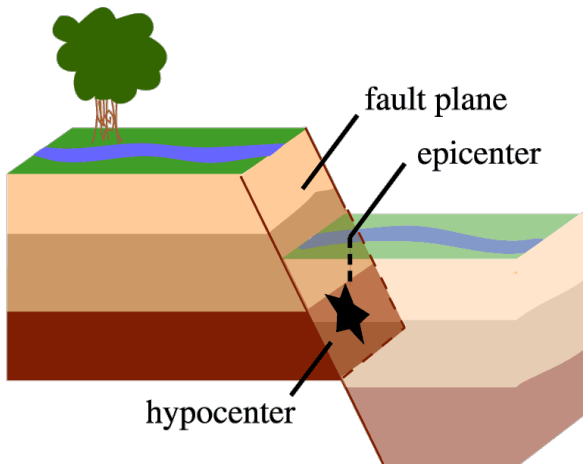
Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

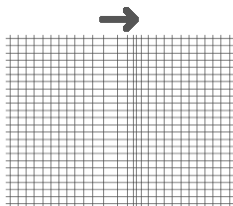
Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

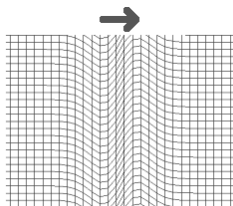
Bibliographie



Ondes P et S



(a) Ondes P



(b) Ondes S

Figure : Ondes P et S

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Ondes P et S

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

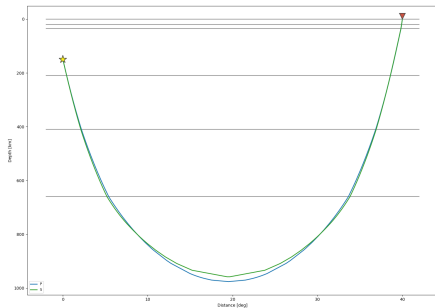


Figure : 6 km/s (ondes P) vs 4 km/s (ondes S)

Table des contenus

1 Séismes

2 Théorie

- DSP
- Modélisation de la propagation des ondes sismiques
- Multilatération
- Magnitude sismique

3 Toutes les pièces mises ensemble

- Fonctionnement
- Résultats

4 Précision et erreur

- Cas linéarisé à quatre détecteurs
- Méthode de Monte-Carlo pour les cas plus complexes

5 Bonus

6 Bibliographie

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Principe

Différentes étapes :

- 1 Acquisition de données en temps réel (SeedLink)
- 2 Reconnaissance d'un séisme et mesure automatique des temps
- 3 Calcul de la position et de la magnitude
 - 1 Modélisation de la propagation des ondes sismiques
 - 2 Méthode numérique d'optimisation de fonction à plusieurs variables pour la multilatération
 - 3 Calcul de la magnitude

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Acquisition des données

| Name | Host |
|--|-------------------------------------|
| AusPass | auspass.edu.au |
| BGR | eida.bgr.de |
| CISMID | www.cismid.uni.edu.pe |
| ENS | ephesite.ens.fr |
| ... | ... |
| Red Sismica Baru | helis.redsismicabaru.com |
| RESIF | rtserve.resif.fr |
| SANET | 147.213.113.73 |
| RSIS | rsis1.on.br |
| SCSN-USC (South Carolina Seismic Network) | eeypore.seis.sc.edu:6382 |
| Seisme IRD | rtserve.ird.nc |
| Staneo | vibrato.staneo.fr |
| SNAC NOA | snac.gein.noa.gr |
| TexNet | rtserve.beg.utexas.edu |
| Thai Meteorological Department | 119.46.126.38 |
| UFRN (Universidade Federal do Rio Grande do Norte) | sislink.geofisica.ufrn.br |
| Unical Universita Della Calabria | www.sismocal.org |
| UNITS Università degli studi di Trieste | rtweb.units.it |
| UNIV-AG Université des Antilles | seedsrv0.ovmp.martinique.univ-ag.fr |
| Universidade de Évora | clv-cge.uevora.pt |
| Universidad de Colima | 148.213.24.15 |
| UPR | worm.uprm.edu |
| USGS | cwbpublish.usgs.gov |
| USP-IAG | seisrequest.iag.usp.br |

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Extraction des temps d'arrivée

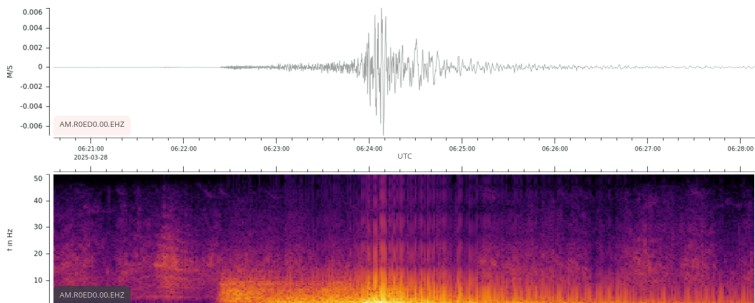


Figure : Exemple d'un enregistrement de sismographe

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Convolution

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

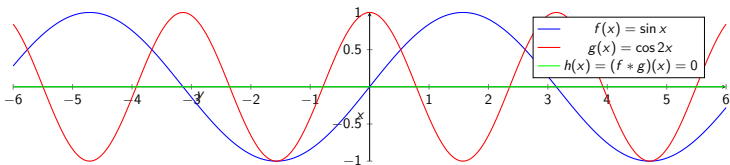
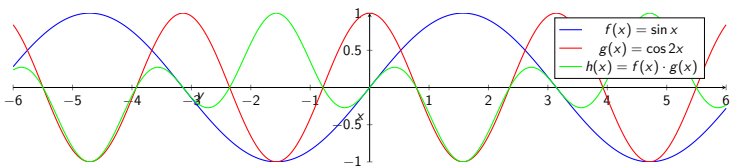
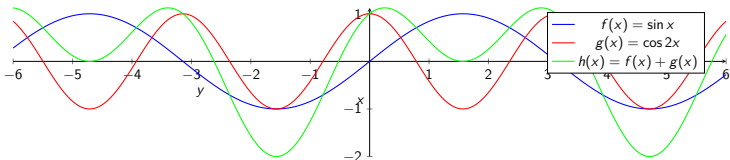
Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie



Convolution

Soit f et g deux fonctions intégrables sur \mathbb{R} . Pour tout $t \in \mathbb{R}$,

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot g(t - x) dx$$

Soit f et g deux fonctions de \mathbb{Z} dans \mathbb{C} . Pour tout $n \in \mathbb{Z}$,

$$(f * g)[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f[m] \cdot g[n - m]$$

Pour des fonctions périodiques, on intègre sur une période.

Pour tout $t \in \mathbb{R}$,

$$(f * g)(t) = \int_0^T f(x) \cdot g(t - x) dx$$

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Propriétés algébriques de la convolution

■ Commutatif

On remarquera que si

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot g(t - x) dx$$

Et on fait le changement de variable $u = t - x$

On a

$$\begin{aligned}(f * g)(t) &= \int_{+\infty}^{-\infty} f(t - u) \cdot g(u) - du \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t - u) \cdot g(u) du = (g * f)(t)\end{aligned}$$

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Propriétés algébriques de la convolution

- Distributif

$$f * (g + h) = f * g + f * h$$

Par linéarité de l'intégrale.

- Associatif

$$(f * g) * h = f * (g * h)$$

C'est une conséquence du théorème de Fubini.

L'espace des fonctions intégrables muni de $*$ forme un demi-groupe commutatif (car pas d'élément neutre).

Exemple avec des combinaisons de dés

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Somme donnant 2 :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|

Somme donnant 3 :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|

Somme donnant 4 :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|

Somme donnant 5 :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|

Exemple avec des combinaisons de dés

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Somme donnant 6 :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Somme donnant 7 :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Somme donnant 8 :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Somme donnant 9 :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | | |
| | | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Exemple avec des combinaisons de dés

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

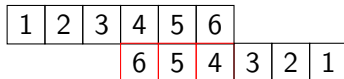
Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

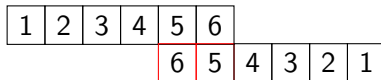
Bonus

Bibliographie

Somme donnant 10 :



Somme donnant 11 :



Somme donnant 12 :



Lien avec les convolutions

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

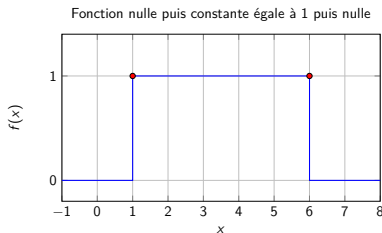
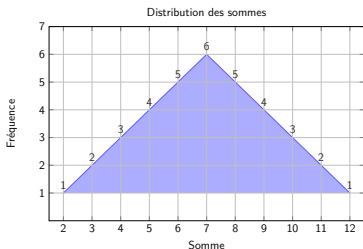
Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie



```
>>> np.convolve([0,1,1,1,1,1,1,0],[0,1,1,1,1,1,1,0])  
array([0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 0])
```

Figure : numpy confirme ce résultat

Intuition sur la convolution

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

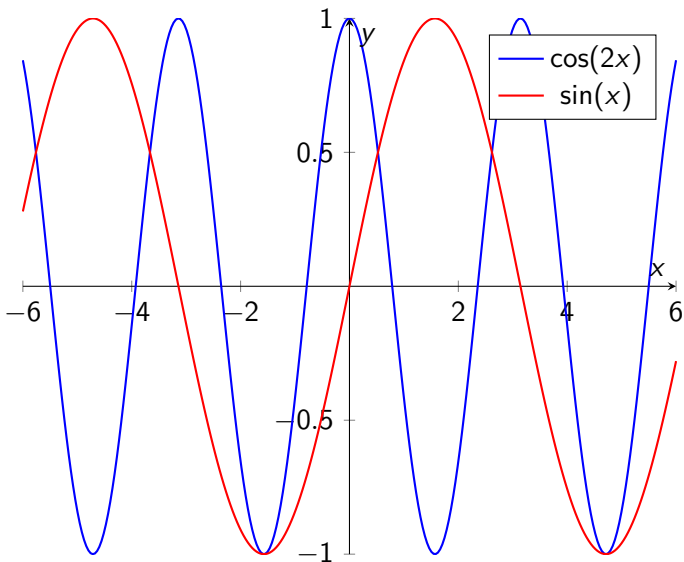
Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie



Intuition sur la convolution

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

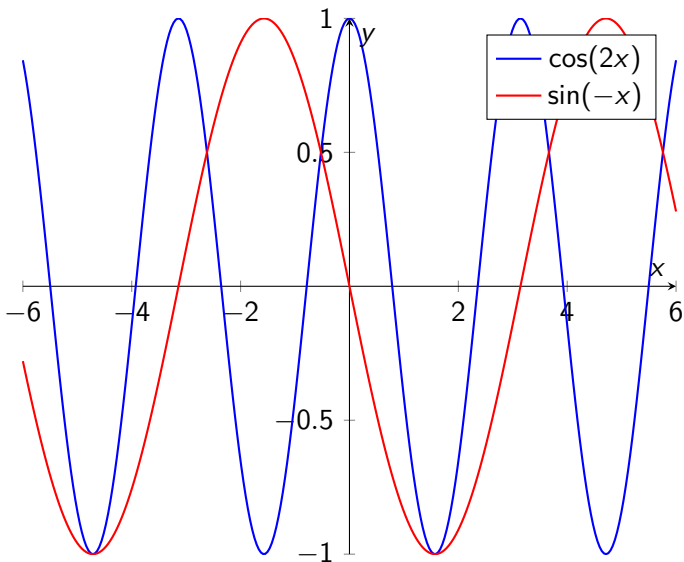
Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie



Intuition sur la convolution

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

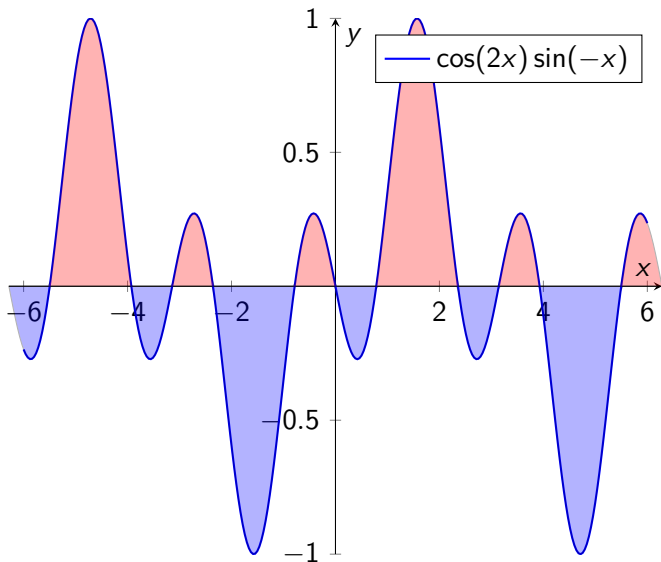
Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie



Moyennage

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

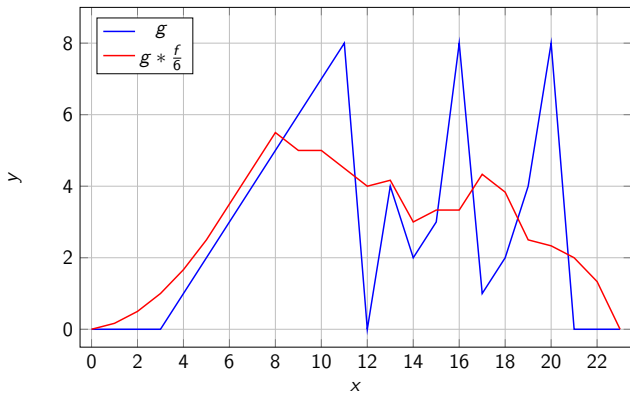
Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Moyennage par convolution



Transformée de Fourier discrète

$$a = [a_0, a_1, \dots, a_{n-1}] \text{ et } b = [b_0, b_1, \dots, b_{k-1}]$$

$$(a * b)[p] = \sum_{\substack{i \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq p-i \leq k \\ 0 \leq i \leq n-1}} a_i b_{p-i}$$

$$P(X) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i X^i \text{ et } Q(X) = \sum_{j=0}^{k-1} a_j X^j$$

$(a * b)[p]$ est le coefficient du terme de degré p dans le produit :

$$PQ(X) = \sum_{j=0}^p \left(\sum_{\substack{i \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq p-i \leq k-1 \\ 0 \leq i \leq n-1}} a_i b_{j-i} \right) X^j$$

On va évaluer en $\omega_n^k = e^{-\frac{2ki\pi}{n}}$ et utiliser la rigidité des polynômes.

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Utilisation de la rigidité des polynômes

On va évaluer en $\omega_n^k = e^{-\frac{2ki\pi}{n}}$, multiplier deux à deux les résultats et utiliser la rigidité des polynômes pour récupérer les coefficients finaux.

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Radix-2 decimation-in-time (DIT) - Factorisation Cooley-Tukey

Evaluer notre polynôme $P(x) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i x^i$ en les ω_n^k revient à faire la multiplication matricielle suivante :

$$R = \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(\omega_n^0) \\ P(\omega_n^1) \\ \vdots \\ P(\omega_n^{n-1}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega_n^1 & \omega_n^2 & \dots & \omega_n^{n-1} \\ 1 & \omega_n^2 & \omega_n^4 & \dots & \omega_n^{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_n^{n-1} & \omega_n^{2(n-1)} & \dots & \omega_n^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix}$$

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Radix-2 decimation-in-time (DIT) - Factorisation Cooley-Tukey

On se restreint au cas où $n = 2^p$ ($p \in \mathbb{N}$)

On note la matrice de Vandermonde transposée, qui permet de calculer le DFT pour tous nos coefficients,

$$F_{2^p} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \omega_n^1 & \omega_n^2 & \cdots & \omega_n^{n-1} \\ 1 & \omega_n^2 & \omega_n^4 & \cdots & \omega_n^{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_n^{n-1} & \omega_n^{2(n-1)} & \cdots & \omega_n^{(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}$$

On prend cette matrice diagonale,

$$D_{2^p-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_{2^p-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{2^p-1}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \omega_{2^p-1}^{2^p-1-1} \end{bmatrix}$$

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Radix-2 decimation-in-time (DIT) - Factorisation Cooley-Tukey

DSP et Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la propagation des ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les pièces mises ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et erreur

Cas linéarisé à quatre détecteurs

Méthode de Monte-Carlo pour les cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Blocs diagonaux, de l'ordre de $\mathcal{O}(n)$ opérations

$$R = F_{2^p} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} I_{2^{p-1}} & D_{2^{p-1}} \\ I_{2^{p-1}} & -D_{2^{p-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{2^{p-1}} & 0 \\ 0 & F_{2^{p-1}} \end{pmatrix}$$

Récurrence

Coefficients d'indice pair

Coefficients d'indice impair

Radix-2 decimation-in-time (DIT) - Factorisation Cooley-Tukey

On évalue la complexité de l'algorithme.

On note u_p sa complexité en fonction de p et C_n sa complexité en fonction de n .

Complexité du produit sur la diagonale

$$u_{p+1} = A \cdot 2^{p+1} + 2u_p$$

Traitement des coefficients par récurrence

On factorise par la solution homogène, $\frac{u_{p+1}}{2^{p+1}} = A + \frac{u_p}{2^p}$

$$\frac{u_p}{2^p} = u_0 + A \cdot p$$

$$u_p = u_0 \cdot 2^p + A \cdot p \cdot 2^p$$

$$\text{Or } p = \log_2 n$$

$$\text{Donc } C_n = u_{\log_2 n} = u_0 \cdot n + A \cdot \log_2 n \cdot n = \mathcal{O}(n \log n)$$

IFFT

On peut montrer que :

$$F_{2^p}^{-1} = \frac{1}{2^p} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega_n^{-1} & \omega_n^{-2} & \dots & \omega_n^{-n-1} \\ 1 & \omega_n^{-2} & \omega_n^{-4} & \dots & \omega_n^{-2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega_n^{-n-1} & \omega_n^{-2(n-1)} & \dots & \omega_n^{-(n-1)(n-1)} \end{bmatrix}$$

Et on a :

$$A = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix} = F_{2^p}^{-1} R = F_{2^p}^{-1} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \vdots \\ f_{n-1} \end{bmatrix}$$

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

IFFT

Le conjugué passe au produit et à la somme, donc aussi pour les matrices (prendre le conjugué d'une matrice c'est prendre le conjugué des termes de la matrice).

$$A = \overline{\overline{A}} = \overline{F_{2^p}^{-1} R} = \overline{F_{2^p}^{-1}} \overline{R} = \frac{1}{2^p} \overline{F_{2^p}} \overline{R}$$

On peut donc utiliser la même technique, en prenant le conjugué avant d'appliquer un FFT et en le prenant après puis en renormalisant.

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Passage du domaine temporel au domaine fréquentiel

Le fait de multiplier par ces coefficients spécifiques, revient à décomposer en ondes sinusoidales de différentes fréquences et phases notre signal.

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

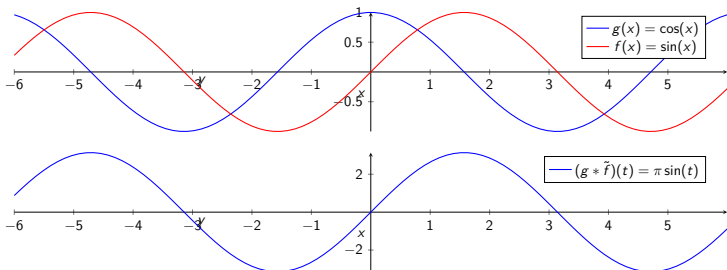
Bibliographie

Corrélation croisée

Si on définit $\tilde{f}(t) = f(-t)$

La corrélation croisée de f et g est

$$(g * \tilde{f})(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(x-t)}g(x) dx$$



DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Calcul du temps de propagation selon iasp91

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

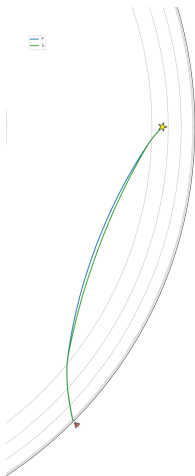
Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

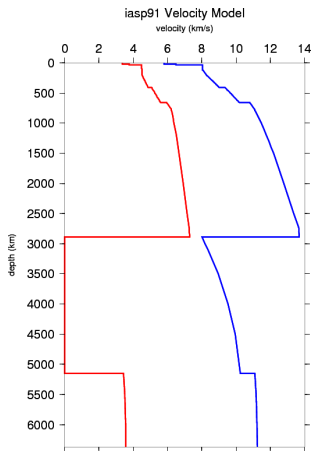
Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie



(a) TauPy



IRIS

— IASP91 (Vp, km/s), Kennett & Engdahl, 1991, at (40.0, -120.0)
— IASP91 (Vs, km/s), Kennett & Engdahl, 1991, at (40.0, -120.0)
www.iris.edu/dms/products/e/nc

(b)

Tabulation et interpolation

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

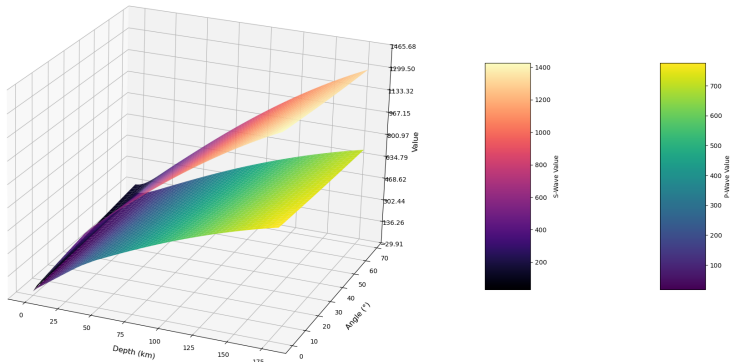


Figure : Visualisation des deux tables précalculées

Fonction d'erreur

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Latitude et longitude estimée
 Date de début du séisme estimée

$$E(\text{depth}, \text{lat}, \text{lon}, \text{epoch}, \text{obs}) =$$

↑ Profondeur estimée ↑ Tableau des observations

Temps de propagation calculé par le modèle
 Temps de propagation avec la date de début du séisme estimée

Calcul de l'angle entre le sismographe et la position estimée du séisme

$$\sum_i \left(\frac{(\text{obs}_i S - \text{epoch}) - S(\text{depth}, \text{greatCircleAngle}(\text{lat}, \text{lon}, \text{lat}_i, \text{lon}_i))}{\text{obs}_i S - \text{epoch}} \right)^2 +$$

↑ Renormalisation

On fait la moyenne quadratique pour avoir l'écart

$$\left(\frac{(\text{obs}_i P - \text{epoch}) - P(\text{depth}, \text{greatCircleAngle}(\text{lat}, \text{lon}, \text{lat}_i, \text{lon}_i))}{\text{obs}_i P - \text{epoch}} \right)^2$$

Idem mais pour l'onde P

Implémentation de la fonction d'erreur

```
116 func ErrorFunction(observations *[]Observation, guess Guess) float64 {
117     cumulErrorSquared := 0.0
118     for _, observation := range *observations {
119         diffAngle := GreatCircleAngle(guess.Lat, guess.Lon, observation.Lat, observation.Lon)
120         pDelay := observation.PWaveArrival - guess.Epoch
121         sDelay := observation.SWaveArrival - guess.Epoch
122         cumulErrorSquared += Square((sDelay-InterpolateSWave(guess.Depth, diffAngle))/sDelay) + Square((pDelay-InterpolatePWave(guess.Depth, diffAngle))/pDelay)
123     }
124     return cumulErrorSquared // no unit
125 }
```

Figure : Implémentation de la fonction d'erreur

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Méthode de Nelder-Mead

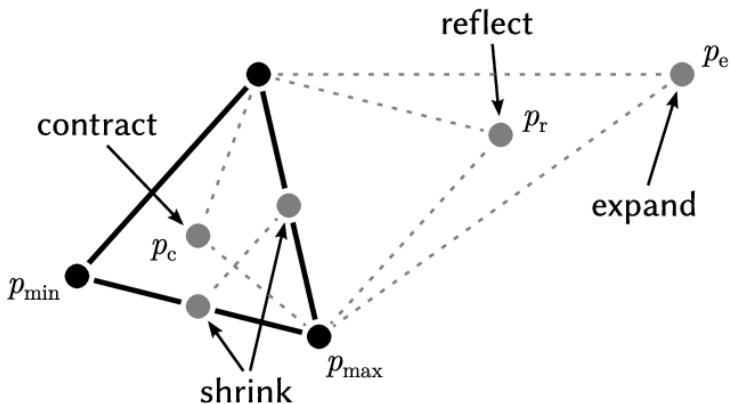


Figure : Une itération de Nelder-Mead sur un espace de dimension 2

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

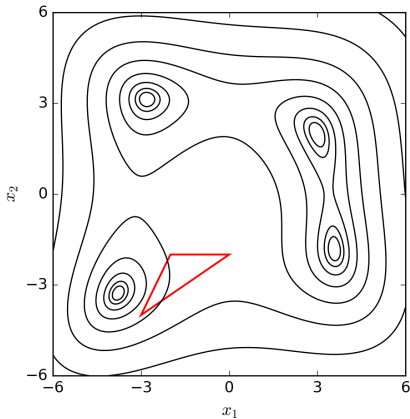


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

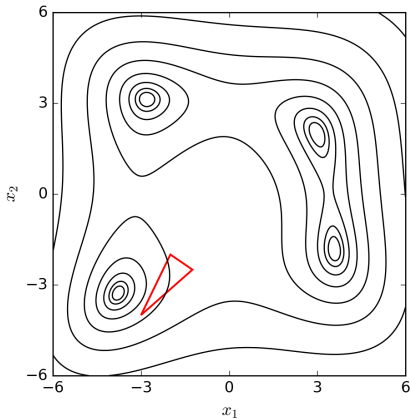


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

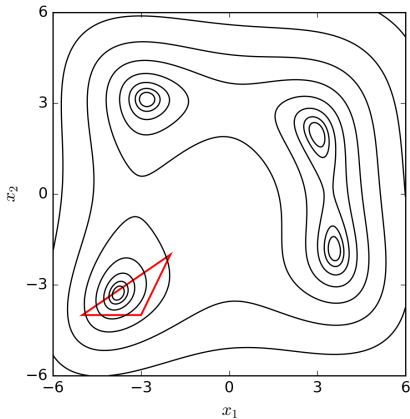


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

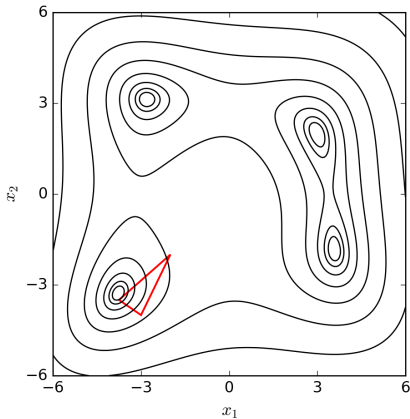


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

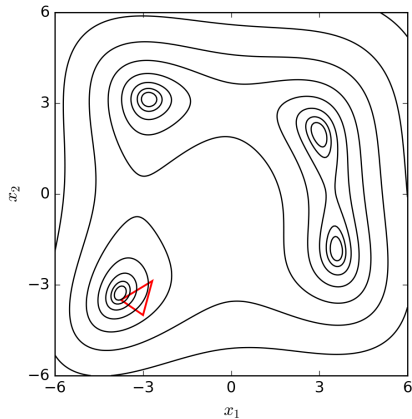


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

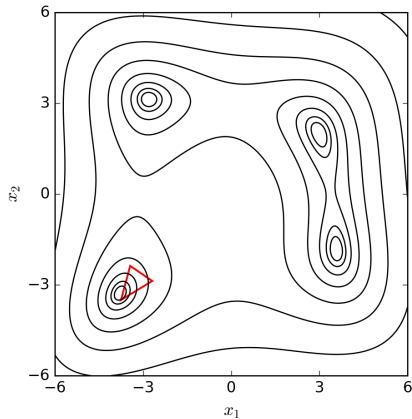


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

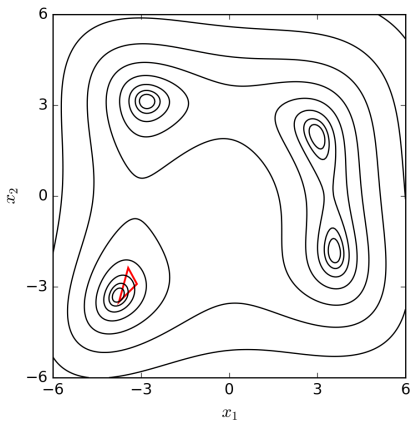


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

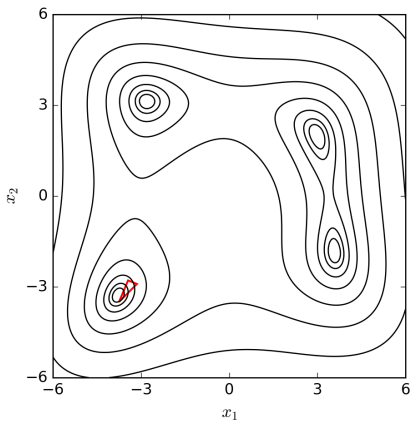


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

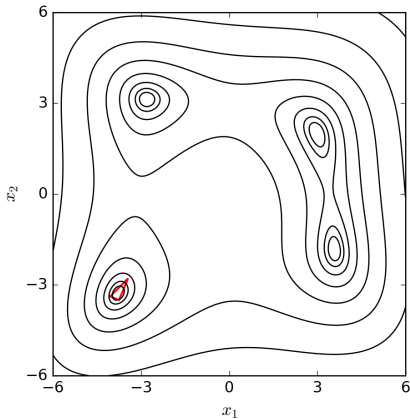


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

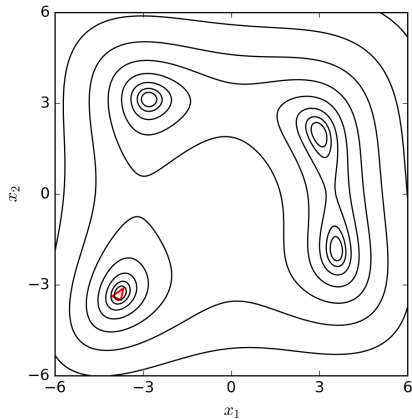


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

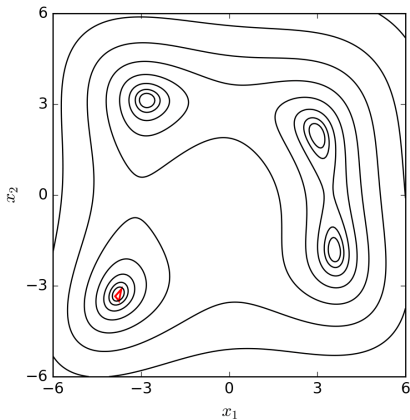


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

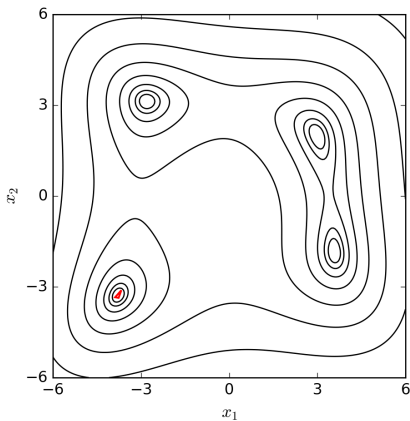


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

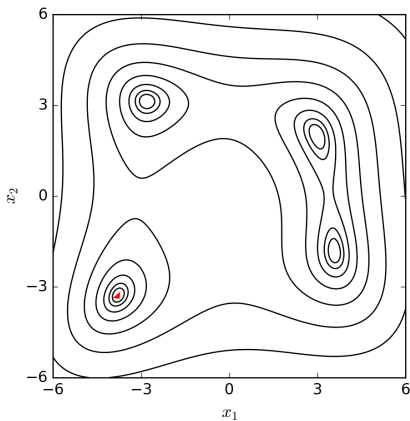


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

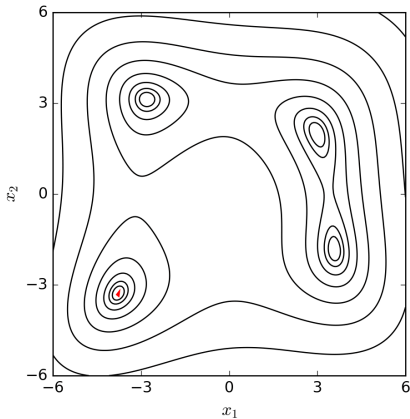


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

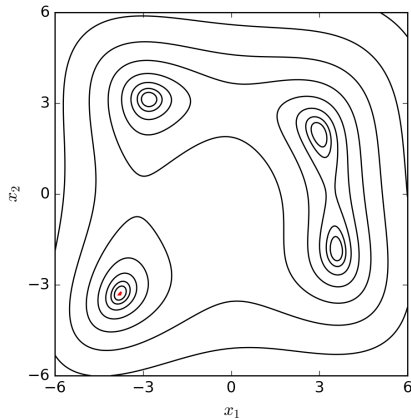


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

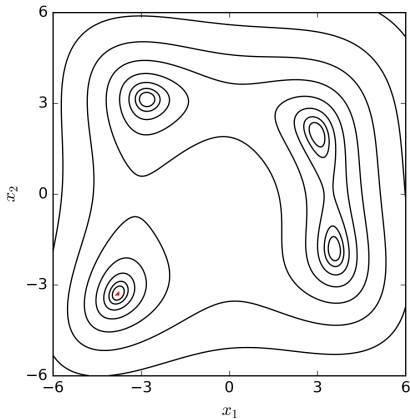


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

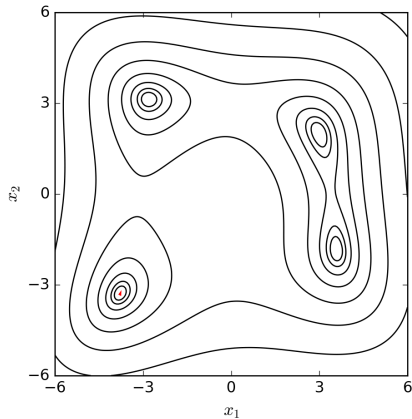


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

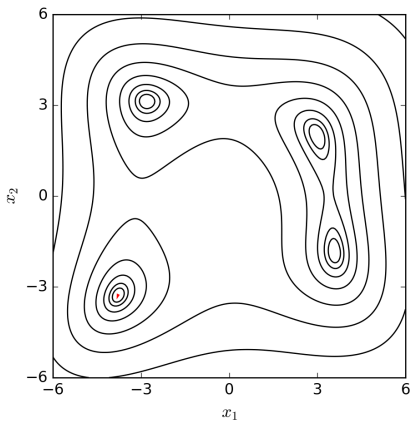


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

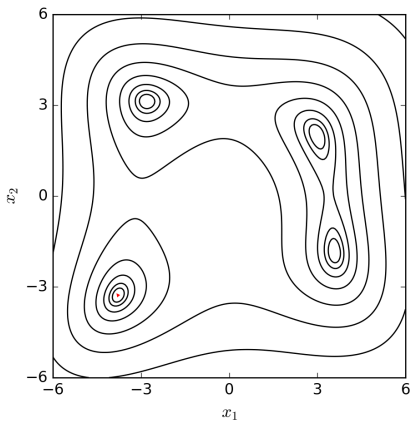


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Méthode de Nelder-Mead

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

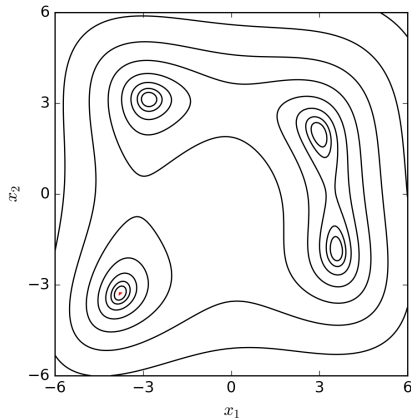


Figure : Nelder-Mead sur la fonction de Himmelblau

Formule de calcul de magnitude sur l'échelle Richter

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

$$M_L = \log_{10} \left[\frac{A}{A_0(\delta)} \right]$$

où A correspond à l'amplitude maximale mesurée (en m) par le sismographe et $A_0(\delta)$ un coefficient de correction qui dépend de la distance (δ) à l'épicentre et dont le calcul diffère selon les modèles employés (généralement on utilise une table de corrélation empirique).

On utilisera la formule empirique de Tsuboi (Université de Tokyo) :

$$M_L = \log_{10} A + 1.73 \log_{10} \Delta - 0.83$$

où A est l'amplitude maximale en micromètres et Δ est la distance en kilomètres.

Tableau

| Magnitude | Description | MMI Typique | Effets Moyens du Séisme |
|-----------|-------------|--------------|--|
| 1.0 - 1.9 | Micro | I | Micro-séismes, non ressentis. Enregistrés par les sismographes. |
| 2.0 - 2.9 | Mineur | I | Légèrement ressenti par certaines personnes. Aucun dommage aux bâtiments. |
| 3.0 - 3.9 | Léger | II à III | Souvent ressenti, mais cause rarement des dégâts. Secousses perceptibles des objets à l'intérieur. |
| 4.0 - 4.9 | Faible | IV à V | Secousses intérieures notables et bruits de cliquetis. Légèrement ressenti à l'extérieur. Dégâts minimes possibles. |
| 5.0 - 5.9 | Modéré | VI à VII | Peut endommager les bâtiments mal construits ; ressenti par tous. Peu ou pas de dégâts aux bâtiments solides. |
| 6.0 - 6.9 | Fort | VII à IX | Dégâts modérés aux structures solides ; dégâts sévères aux structures faibles. Ressenti sur de grandes régions. |
| 7.0 - 7.9 | Majeur | VIII ou plus | Dégâts majeurs et effondrements possibles. Dommages concentrés dans un rayon de 250 km. |
| 8.0 - 8.9 | Très fort | VIII+ | Destructions majeures à totales. Dommages sur des zones très vastes. Ressenti à très grande distance de l'épicentre. |
| 9.0 - 9.9 | Extrême | XII | Destruction quasi-totale, dégâts graves ou effondrement de tous les bâtiments. Modification du relief. |

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Table des contenus

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

1 Séismes

2 Théorie

- DSP
- Modélisation de la propagation des ondes sismiques
- Multilatération
- Magnitude sismique

3 Toutes les pièces mises ensemble

- Fonctionnement
- Résultats

4 Précision et erreur

- Cas linéarisé à quatre détecteurs
- Méthode de Monte-Carlo pour les cas plus complexes

5 Bonus

6 Bibliographie

Architecture générale du système

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

- 1 Connexion à tous les sismographes et acquisition des données en temps réel
- 2 Corrélation croisée continue avec des signaux de référence d'ondes P et S
- 3 Détection d'un événement si plusieurs stations proches détectent un pic de corrélation
- 4 Construction d'une liste des stations participantes et des temps d'arrivée
- 5 Estimation de la position et du temps du séisme par Nelder-Mead
- 6 Calcul de la magnitude à partir de l'amplitude mesurée et des distances calculées
- 7 Transmission des résultats en temps réel

Le système peut également alimenter un système d'alerte des populations.

Calibration et prétraitement

Une phase de calibration est effectuée pour chaque détecteur afin de prendre en compte :

- la sensibilité propre du capteur ;
- le bruit de fond ;
- les signaux continus présents en permanence ;

```
95953 "AKCZ": {
95954   "Name": "Akaroa Harbour",
95955   "Lat": -43.8721,
95956   "Lon": 172.90983,
95957   "SampleRate": 100,
95958   "DC": 189,
95959   "NoiseFloor": 70,
95960   "Calibrated": true,
95961   "Sensitivity": 167772160
95962 }
```

Figure : Données précalculées et stockées pour chaque station

Stations sismiques utilisées

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

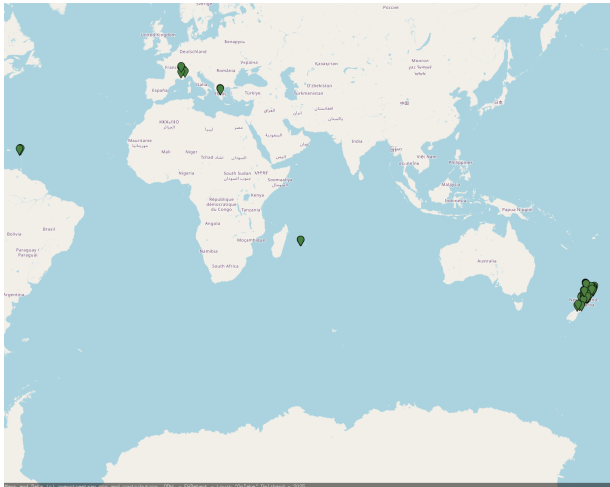


Figure : Carte des stations utilisées

Initialisation des stations

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

```
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=PHR url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=REV url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=RES url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=BLE url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=S28 url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=PBR url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=PSAR url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=CHA2 url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=BOR url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=DINT url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:56 CEST INF Registered new station station=TEME url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=BRG url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=PYRG url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=T8G url=rtserve.resif.fr:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B003 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B005 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B006 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B011 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B013 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B022 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B024 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B027 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B030 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B031 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B032 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B039 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B054 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:57 CEST INF Registered new station station=B057 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:58 CEST INF Registered new station station=B075 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:58 CEST INF Registered new station station=B076 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:58 CEST INF Registered new station station=B087 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:58 CEST INF Registered new station station=B088 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:58 CEST INF Registered new station station=B200 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:58 CEST INF Registered new station station=B208 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:58 CEST INF Registered new station station=B928 url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:39:58 CEST INF Registered new station station=UWE url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:40:00 CEST INF Registered new station station=VVHS url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:40:01 CEST INF Registered new station station=KHC url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:40:01 CEST INF Registered new station station=WORC url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:40:01 CEST INF Registered new station station=DKC url=rtserve.iris.washington.edu:18000
Thu, 14 May 2026 23:40:01 CEST INF Registered new station station=PRU url=rtserve.iris.washington.edu:18000
```

Figure : Phase de registration des stations

Détection des ondes

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

```
Thu, 14 May 2026 23:16:15 CEST INF Detected wave arrival
```

```
connection=rtserve.iris.washington.edu:18000 pWaveArrival=29609
```

```
peakAmplitudeUm=0.1251697540283203 sWaveArrival=35281 station=MBB26
```

Figure : Arrivée d'une onde

Calibration terminée

```
Fri, 15 May 2026 00:07:37 CEST WRN Missing station metadata connection=ephesite.ens.fr:18000
Fri, 15 May 2026 00:07:37 CEST WRN Missing station metadata connection=sislink.geofisica.ufrn.br:18000
Fri, 15 May 2026 00:07:37 CEST WRN Missing station metadata connection=rtweb.units.it:18000
Fri, 15 May 2026 00:07:39 CEST INF Registered new station station=TTR url=rtserve.resif.fr:18000
Fri, 15 May 2026 00:07:56 CEST INF Starting cold start calibration
Fri, 15 May 2026 00:07:57 CEST INF Serializing station data to cache
Fri, 15 May 2026 00:07:57 CEST INF Successfully serialized station data to cache
Fri, 15 May 2026 00:07:57 CEST INF Calibration complete
```

Figure : Fin de la phase de calibration

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Détection d'un séisme

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

```
Fri, 15 May 2026 01:17:40 CEST INF Earthquake prediction
```

```
date=2026-05-15T01:11:28.007 depth_km=-2.707677171266685
```

```
detections=5 latitude=16.11988516202063 longitude=-61.697028305587324
```

```
magnitude=3.1032857380058068 type="Partial Earthquake Guess"
```

Figure : Détection d'un séisme de magnitude 3

Interface web temps réel

Une interface web permet également de visualiser en temps réel :

- les traces des sismographes ;
- les détections d'ondes ;
- les stations actives ;
- les séismes détectés.

Tracking 475 stations

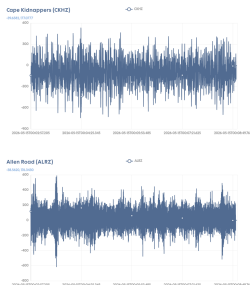


Figure : Interface web

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Comparaison avec les résultats de l'USGS

Voici un exemple de séisme détecté par le système.

Les positions estimées sont cohérentes avec celles fournies par l'USGS ainsi que les magnitudes estimées.

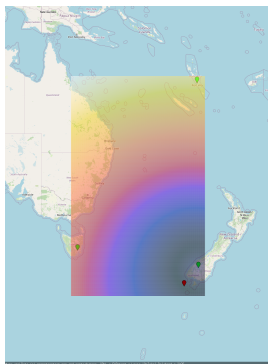


Figure : Estimation du système (M5.9)

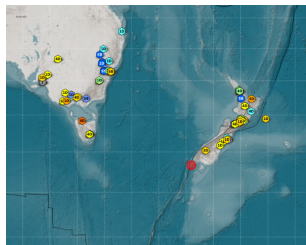


Figure : Estimation USGS (M6.2)

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Table des contenus

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

1 Séismes

2 Théorie

- DSP
- Modélisation de la propagation des ondes sismiques
- Multilatération
- Magnitude sismique

3 Toutes les pièces mises ensemble

- Fonctionnement
- Résultats

4 Précision et erreur

- Cas linéarisé à quatre détecteurs
- Méthode de Monte-Carlo pour les cas plus complexes

5 Bonus

6 Bibliographie

Cadre simplifié

Dans certains cas, les détecteurs sont suffisamment éloignés pour permettre une linéarisation des équations de propagation.

On considère :

- quatre émetteurs ;
- une propagation rectiligne ;
- un milieu homogène, isotrope et transparent ;

Les inconnues sont :

$$(x, y, z, t)$$

avec :

- (x, y, z) la position mesurée ;
- t la date d'émission du ping par les satellites (de façon synchrone).

On fixe la position du récepteur à l'origine et on désigne la position des quatre satellites par les vecteurs \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} et \vec{d} .

Soit $\vec{M} = (x, y, z)^\top$.

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Géométrie du problème

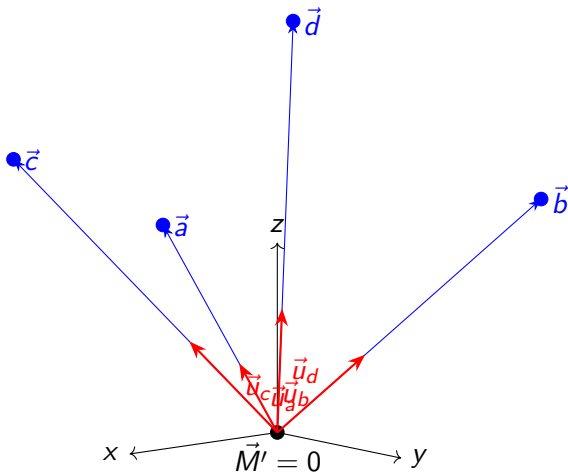


Figure : Géométrie GPS : satellites et vecteurs unitaires \vec{u}_i associés

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Linéarisation

Les équations qui rendent compte du retard de propagation sont :

$$\|M - \vec{a}\|^2 = v^2(\tau_a - t)^2$$

$$\|M - \vec{b}\|^2 = v^2(\tau_b - t)^2$$

$$\|M - \vec{c}\|^2 = v^2(\tau_c - t)^2$$

$$\|M - \vec{d}\|^2 = v^2(\tau_d - t)^2$$

On écrit $\vec{M} = \vec{M}' + \delta\vec{M}$, $t = t' + \delta t$, $\tau_a = \tau'_a + \delta\tau_a$, $\tau_b = \tau'_b + \delta\tau_b$, $\tau_c = \tau'_c + \delta\tau_c$, $\tau_d = \tau'_d + \delta\tau_d$.

\vec{M}' est la vraie position, donc $\vec{M}' = 0$ vu notre choix de coordonnées, et $t' = 0$ également ; τ'_a , τ'_b , τ'_c et τ'_d sont les temps de propagation entre les satellites et l'origine.

Après développement limité à l'ordre 1 :

$$\langle \delta\vec{M}, \vec{u}_a \rangle + v(\delta\tau_a - \delta t) = 0$$

$$\langle \delta\vec{M}, \vec{u}_b \rangle + v(\delta\tau_b - \delta t) = 0$$

$$\langle \delta\vec{M}, \vec{u}_c \rangle + v(\delta\tau_c - \delta t) = 0$$

$$\langle \delta\vec{M}, \vec{u}_d \rangle + v(\delta\tau_d - \delta t) = 0$$

Linéarisation

On obtient alors un système linéaire :

$$AX = Y$$

Avec

$$A = \frac{1}{v} \begin{pmatrix} u_{ax} & u_{ay} & u_{az} & -v \\ u_{bx} & u_{by} & u_{bz} & -v \\ u_{cx} & u_{cy} & u_{cz} & -v \\ u_{dx} & u_{dy} & u_{dz} & -v \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta z \\ \delta t \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} \delta \tau_a \\ \delta \tau_b \\ \delta \tau_c \\ \delta \tau_d \end{pmatrix}$$

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Calcul de l'incertitude

Si on choisit Y comme variable aléatoire où chaque coordonnée est indépendante, centrée et de $\mathbb{E}[(\delta\tau_i)^2] = \sigma_i^2$

On définit la variable aléatoire

$$X = A^{-1}Y$$

Alors :

$$\|X\|^2 = Y^T (AA^T)^{-1}Y$$

$(AA^T)^{-1}$ étant symétrique positive et inversible (matrice de Gram associée à A^T , i.e. aux vecteurs \vec{u}_i complétés d'un -1), on peut donc la diagonaliser dans une BON par le théorème spectral.

$$Q = (\vec{v}_1 \mid \vec{v}_2 \mid \vec{v}_3 \mid \vec{v}_4)$$

où $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ et \vec{v}_4 sont orthonormés.

$$\begin{aligned}\|X\|^2 &= X^T X = Y^T A^{-1T} A^{-1} Y \\ &= Y^T Q^T \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) Q Y \\ &= \sum_{i=1}^4 \lambda_i \langle \vec{v}_i, Y \rangle^2\end{aligned}$$

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Calcul de l'incertitude

En supposant :

- des erreurs indépendantes ;
- une variance identique σ_τ^2 ;

on obtient par calcul :

$$\mathbb{E}(\|X\|^2) = \text{tr}((AA^\top)^{-1}) \sigma_\tau^2$$

Lorsque les vecteurs \vec{u}_i deviennent proches, certaines valeurs propres de (AA^\top) deviennent petites et donc les valeurs propres correspondantes de $(AA^\top)^{-1}$ explosent ce qui provoque une explosion de l'erreur.

Il s'agit de la dilution de précision géométrique.

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Visualisation géométrique de l'erreur

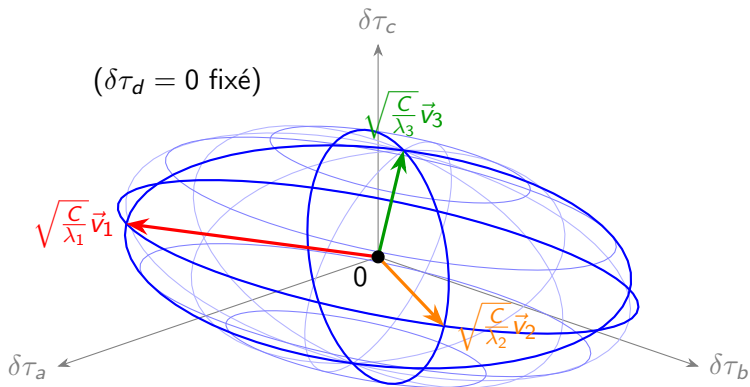


Figure : Ellipsoïde $Q(Y) = Y^T(AA^T)^{-1}Y = C$ projeté dans l'espace $(\delta\tau_a, \delta\tau_b, \delta\tau_c)$. Les grands axes correspondent aux petites valeurs propres de AA^T : une faible norme de Y dans ces directions suffit à atteindre la surface, signifiant une grande sensibilité à l'erreur.

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Méthode de Monte-Carlo

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Pour les cas plus complexes où la position est déterminée par recherche de minimum ou encore que les distances sont suffisamment faibles pour ne pas pouvoir linéariser les équations, les calculs deviennent rapidement difficiles.

On utilise alors une méthode de Monte-Carlo :

- génération aléatoire d'erreurs de mesure ;
- calcul de la position ;
- estimation statistique de l'erreur finale.

Les estimations du programme ont été testé avec :

- quatre microphones synchronisés ;
- un claquement de main ;
- une propagation sonore dans une petite salle (hypothèse de linéarité non vérifiée).

Configuration défavorable

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

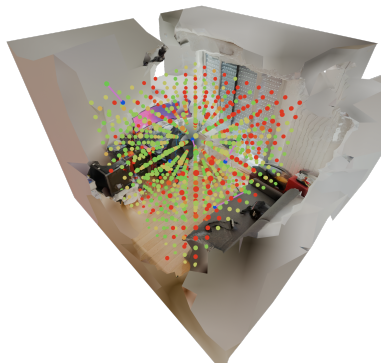
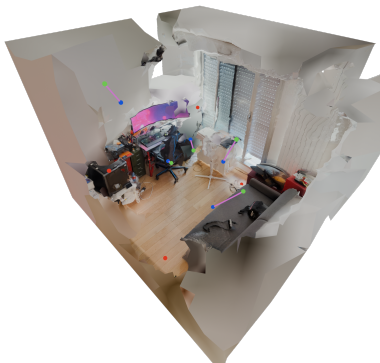


Figure : Rouge : détecteurs, Vert : position mesurée, Bleu : référence Monte-Carlo

Configuration presque plane : forte dilution de précision géométrique.

Configuration plus favorable

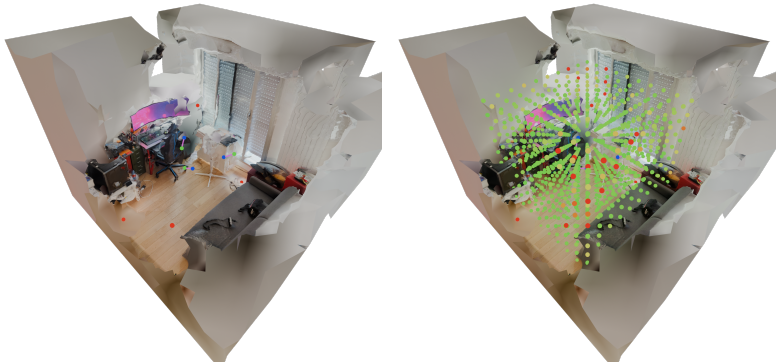


Figure : Rouge : détecteurs, Vert : Erreur calculée par position mesurée, Bleu : référence Monte-Carlo

Les vecteurs sont moins colinéaires : la précision obtenue est meilleure.

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Table des contenus

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

1 Séismes

2 Théorie

- DSP
- Modélisation de la propagation des ondes sismiques
- Multilatération
- Magnitude sismique

3 Toutes les pièces mises ensemble

- Fonctionnement
- Résultats

4 Précision et erreur

- Cas linéarisé à quatre détecteurs
- Méthode de Monte-Carlo pour les cas plus complexes

5 Bonus

6 Bibliographie

Oscilloscope développé

Ces expérimentations en traitement du signal ont également conduit au développement d'un oscilloscope logiciel avec auto-corrélation (détection de période) et corrélation avec onde sinusoïdale (détection de phase) afin de stabiliser la phase du signal d'entrée.

Projet : <https://github.com/make-42/xyosc>

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Mode canal unique avec auto-correlation

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

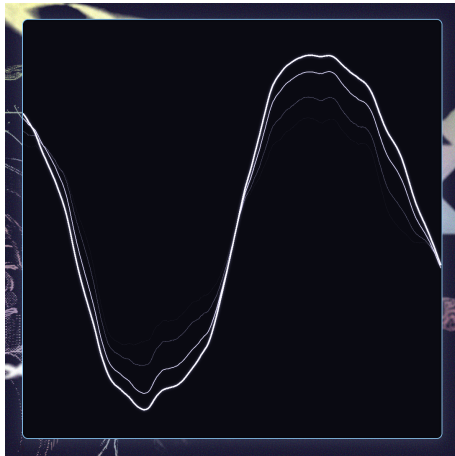


Figure : Mode canal unique avec auto-corrélation

Mode XY

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

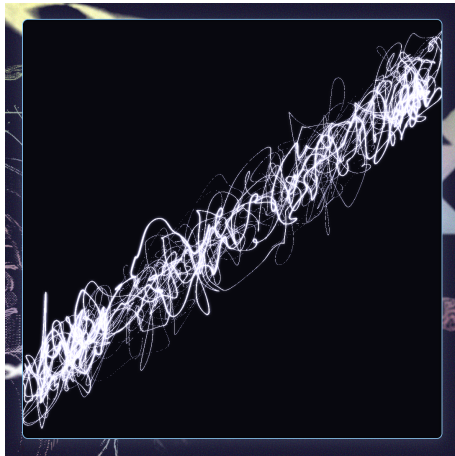


Figure : Mode XY

Spectrogramme

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

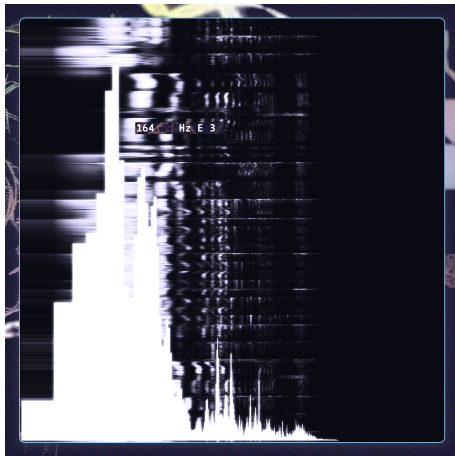


Figure : Mode spectrogramme avec détection de note

Table des contenus

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

1 Séismes

2 Théorie

- DSP
- Modélisation de la propagation des ondes sismiques
- Multilatération
- Magnitude sismique

3 Toutes les pièces mises ensemble

- Fonctionnement
- Résultats

4 Précision et erreur

- Cas linéarisé à quatre détecteurs
- Méthode de Monte-Carlo pour les cas plus complexes

5 Bonus

6 Bibliographie

Bibliographie (1/2)



Charles Van Loan, *The FFT Via Matrix Factorizations*, Lecture notes, 2010.
<https://www.cs.cornell.edu/~bindel/class/cs5220-s10/slides/FFT.pdf>



R.J. Mitchell, *Earthquake Sources*, Lecture notes, Western Washington University.
https://www.geol.wvu.edu/rjmitch/L4_EQsources.pdf



University of Hawaii, *Compare, Contrast, and Connect : Seismic Waves and Determining Earth's Structure*.
<https://manoa.hawaii.edu/exploringourfluidearth/physical/ocean-floor/layers-earth/compare-contrast-connect-seismic-waves-and-determining-earth-s-structure>



Peter Bormann, *Global 1-D Earth models (IASP91 tables)*, GFZ German Research Centre for Geosciences.
https://gfzpublic.gfz-potsdam.de/rest/items/item_4031/component/file_4032/content



Yacine Boussoufa, *Earthquake Data Centers*, GitHub repository.
<https://github.com/YacineBoussoufa/EarthquakeDataCenters>



School of Informatics, University of Edinburgh, *Computational Foundations of Cognitive Science : Lecture 15 (Convolutions and Kernels)*.
https://www.inf.ed.ac.uk/teaching/courses/cfcs1/lectures/cfcs_115.pdf

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensembles

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie

Bibliographie (2/2)

DSP et
Sismologie

Dalibard

Séismes

Théorie

DSP

Modélisation de la
propagation des
ondes sismiques

Multilatération

Magnitude sismique

Toutes les
pièces mises
ensemble

Fonctionnement

Résultats

Précision et
erreur

Cas linéarisé à quatre
détecteurs

Méthode de
Monte-Carlo pour les
cas plus complexes

Bonus

Bibliographie



Penn State Eberly College of Science, *STAT 510 : Lesson 8.2 - Cross Correlation Functions and Lagged Regressions*, Online course material.

<https://online.stat.psu.edu/stat510/lesson/8/8.2>



Jason Cantarella, *Nelder-Mead Method*, Lecture notes.

<https://jasoncantarella.com/downloads/NelderMeadProof.pdf>



Tatsuhiko Hara, *Determination of Broadband Moment Magnitude*, IISEE/BRI.

https://iisee.kenken.go.jp/lna/download.php?f=2011082925678c01.pdf&n=T0-100-2007_Mwp-2-new.pdf&cid=T0-100-2007



Moritz Beyreuther, Robert Barsch, Lion Krischer, Tobias Megies, Yannik Behr and Joachim Wassermann,

ObsPy : A Python Toolbox for Seismology,

Seismological Research Letters, vol. 81, no. 3, pp. 530–533, 2010.

doi:10.1785/gssrl.81.3.530



Elias M. Stein & Rami Shakarchi. *Fourier Analysis : An Introduction*.

2003. (ISBN 978-0-691-11384-5)



3Blue1Brown, *But what is a convolution ?*, YouTube video, 2022.

<https://www.youtube.com/watch?v=KuXjwB4LzSA>



Michael Pound, *The Fast Fourier Transform Algorithm*, YouTube video, 2023.